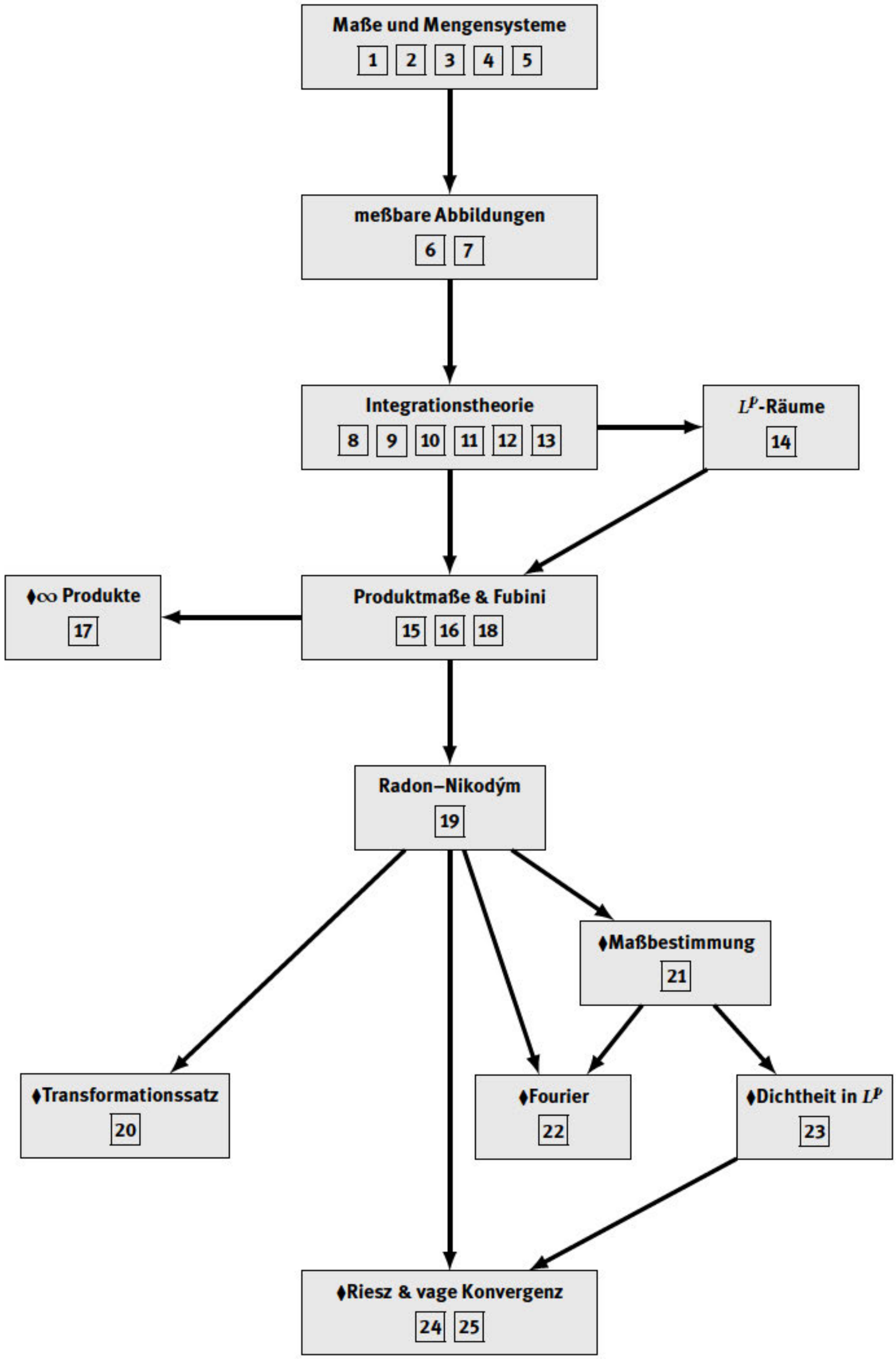
Inhalt

Abhängigkeit der einzelnen Kapitel



Bezeichnungen

Bezeichnungen, die nur lokal oder in einem Kapitel auftreten, sind nicht aufgeführt; alle Zahlenangaben beziehen sich auf Seitennummern. Binäre Operationen $f \pm g$, $f \cdot g$, $f \wedge g$, $f \vee g$, Vergleiche $f \leqslant g$, $f < g$ und Grenzwerte $f_n \xrightarrow{n\to\infty} f$, $\lim_n f_n$, $\liminf_n f_n$, $\limsup_n f_n$, $\sup_n f_n$ oder $\inf_n f_n$ von Funktionen sind stets punktweise gemeint, d. h. für jedes x.

Allgemeines & Konventionen

positiv	stets im Sinne $\geqslant 0$
negativ	stets im Sinne $\leqslant 0$
$\mathbb{N}$	$1, 2, 3, \dots$
$\inf \emptyset$	$\inf \emptyset = +\infty$
$a \vee b$	Maximum von a und b
$a \wedge b$	Minimum von a und b
$\lvert x\rvert$	Euklidische Norm in $\mathbb{R}^d$, $\lvert x\rvert^2 = x_1^2 + \cdots + x_d^2$
$\langle x, y\rangle$	Skalarprodukt $\sum_{i=1}^d x_i y_i$
$\mathrm{GL}(d, \mathbb{R})$	invertierbare Matrizen $\in \mathbb{R}^{d\times d}$
$\mathrm{O}(d)$ $(\mathrm{SO}(d))$	(spezielle) orthogonale Matrizen $\in \mathbb{R}^{d\times d}$

Mengen

$\#$	Kardinalität
$\subset$	Teilmenge (inkl. „=“)
$\mathbin{\dot\cup}$	Vereinigung paarweise disjunkter Mengen
A^c	Komplement der Menge A
$\overline{A}$	Abschluss der Menge A
$B_r(x)$	offene Kugel um x, Radius r
$A_n \uparrow A$	$A_n \subset A_{n+1} \subset \dots$ & $A = \bigcup_n A_n$
$B_n \downarrow B$	$B_n \supset B_{n+1} \supset \dots$ & $B = \bigcap_n B_n$
$\mathscr{A}$	generische σ-Algebra
$\mathscr{A} \times \mathscr{B}$	$\{A \times B : A \in \mathscr{A},\ B \in \mathscr{B}\}$ „Rechtecke“
$\mathscr{A} \otimes \mathscr{B}$	Produkt-σ-Algebra, 77
$\mathscr{B}(E)$	Borelmengen in E, 6
$\mathscr{B}(\overline{\mathbb{R}})$	Borelmengen in $\overline{\mathbb{R}}$, 34
$\mathscr{C}, \mathscr{C}(E)$	abgeschlossene Mengen
$\mathscr{I}, \mathscr{I}^o, \mathscr{I}_{\mathrm{rat}}$	„Rechtecke“ im $\mathbb{R}^d$, 6
$\mathscr{K}, \mathscr{K}(E)$	kompakte Mengen
$\mathscr{O}, \mathscr{O}(E)$	offene Mengen
$\mathscr{P}(E)$	Potenzmenge von E

Maße & Funktionen

μ, ν	generische Maße
δ_x	Dirac-Maß in x, 11
λ, λ^d	Lebesgue–Maß (in $\mathbb{R}^d$), 12
$\mu \otimes \nu$	Produkt von Maßen, 80, 89
$\mathbb{1}_A$	$\mathbb{1}_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$
u^+	Positivteil: $u \vee 0$, 36
u^-	Negativteil: $-(u \wedge 0)$, 36
$\{u \in B\}$,	$\{x : u(x) \in B\}$,
$\{u \geqslant a\}$	$\{x : u(x) \geqslant a\}$ usw.
$\operatorname{supp} u$	Träger $\overline{\{u \neq 0\}}$
$C(E)$	stetige Funktionen auf E
$C_b(E)$	beschränkte — —
$C_\infty(E)$	— — mit $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to\infty} u(x) = 0$
$C_c(E)$	— — mit kompaktem Träger
$\mathcal{E}, \mathcal{E}(\mathscr{A})$	einfache Funktionen, 35
$\mathcal{M}, \mathcal{M}(\mathscr{A})$	messbare Funktionen, 34
$\mathcal{M}_{\overline{\mathbb{R}}}, \mathcal{M}_{\overline{\mathbb{R}}}(\mathscr{A})$	— —, $\overline{\mathbb{R}}$-wertig, 34
$\mathscr{L}^1, \mathscr{L}^1(\mu)$	integrierbare Funktionen, 47
$\mathscr{L}^1_{\overline{\mathbb{R}}}, \mathscr{L}^1_{\overline{\mathbb{R}}}(\mu)$	— —, $\overline{\mathbb{R}}$-wertig, 47
$\mathscr{L}^p, \mathscr{L}^\infty$	67
L^p, L^∞	69
$\lVert u\rVert_{L^p}$	$\left(\int \lvert u\rvert^p \, d\mu\right)^{1/p}$, $1 \leqslant p < \infty$
$\lVert u\rVert_{L^\infty}$	$\inf \{c > 0 : \mu\{\lvert u\rvert \geqslant c\} = 0\}$
$\lVert u\rVert_\infty$	$\sup_x \lvert u(x)\rvert$

Definitionen

(Σ_1)–(Σ_3)	σ-Algebra, 4
$(\mathscr{O}_1)$–$(\mathscr{O}_3)$	Topologie, 6
(M_0)–(M_2)	Maß, 9
(D_1)–(D_3)	Dynkin-System, 14
(S_1)–(S_3)	Halbring, 20
(OM_1)–(OM_3)	äußeres Maß, 21

Abkürzungen

BL	Beppo Levi
f. ü.	fast überall
mb.	messbar
o. E.	ohne Einschränkung(en)
$\cap$/$\cup$-stabil	Familie enthält endliche Schnitte/Vereinigungen
[✍]	selbst rechnen!